

# Evolução das leis de escala urbanas: evidências do Brasil<sup>1</sup>

João Meirelles<sup>a</sup> , Camilo Rodrigues Neto<sup>b</sup> ,  
Fernando Fagundes Ferreira<sup>c</sup> , Fabiano Lemes Ribeiro<sup>d</sup>  e Claudia Rebeca  
Binder<sup>e</sup> 

<sup>a</sup> Universidade de Lausanne, Instituto Federal de Tecnologia da Suíça, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Lausanne, VD, Suíça. | Universidade de São Paulo, Escola de Artes, Ciências e Humanidades, São Paulo, SP, Brasil.

<sup>b</sup> Universidade de São Paulo, Escola de Artes, Ciências e Humanidades, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: camilorneto@gmail.com.

<sup>c</sup> Universidade de São Paulo, Escola de Artes, Ciências e Humanidades, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: ferfff@usp.br.

<sup>d</sup> Universidade Federal de Lavras, Departamento de Física, Lavras, MG, Brasil | City University of London, Departamento de Matemática, Londres, UK. E-mail: fribeiro@ufla.br.

<sup>e</sup> Universidade de Lausanne, Instituto Federal de Tecnologia da Suíça, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Lausanne, VD, Suíça. E-mail: claudia.binder@epfl.ch.

<https://doi.org/10.47235/rmu.v8i1.168>

---

**Resumo.** Nos últimos anos, a nova Ciência das Cidades se estabeleceu como uma abordagem quantitativa fértil para o entendimento dos fenômenos urbanos. Um de seus pilares é a proposição de que os sistemas urbanos apresentam comportamentos universais de escala em variáveis socioeconômicas, de infraestrutura e de serviços básicos individuais. Este artigo discute até onde essa proposição é realmente universal, testando-a frente a uma ampla variedade de métricas urbanas de um país em desenvolvimento. Apresentamos uma exploração dos expoentes de escala de mais de 60 variáveis do sistema urbano brasileiro. A estimação dos expoentes é um desafio técnico, dado que a definição de “município” no Brasil segue critérios políticos e não considera as características da paisagem, a densidade e os serviços domiciliares básicos. Considerando que os municípios brasileiros podem não ser iguais ao que se entende por assentamento urbanizado, selecionamos os mais assemelhados a “cidades” através de um procedimento sistemático de corte da densidade e estimamos os expoentes desse subconjunto. Para validar nossos achados, comparamos nossos resultados com as mesmas variáveis de outros estudos baseados em métodos alternativos. Os resultados mostram que as variáveis socioeconômicas analisadas seguem uma relação de escala superlinear com a população das cidades, enquanto a maioria das variáveis de infraestrutura e de serviços básicos domiciliares seguem os esperados regimes sublinear e linear, respectivamente. No entanto, algumas delas fogem dos regimes esperados, botando em dúvida a hipótese universal das leis de escala. Nossa conclusão é de que esses desvios são produto de decisões e políticas impostas “de cima para baixo”. Mesmo que nossa análise abranja um período de apenas 10 anos e, portanto, não seja suficiente para permitir conclusões definitivas, há indícios de que os expoentes de escala dessas variáveis estão evoluindo em direção ao regime esperado, e que os desvios podem ser apenas comportamentos restritos no tempo que não impedem os sistemas urbanos de atingir o regime esperado em algum momento futuro.

**Palavras-chave.** leis de escala, cidades, sistemas complexos, cidades brasileiras

---

## Introdução

Atualmente mais da metade da população mundial vive em cidades (Habitat U.N., 2016), proporção que deve crescer nos próximos anos. Portanto, é cada vez mais importante entender como os sistemas urbanos evoluem com o crescimento da população e quais as implicações sociais, econômicas e ecológicas desse desenvolvimento. Nas últimas décadas, dados urbanos em formatos estruturados e prontos para análise computacional têm se tornado mais e mais acessíveis. Esses dados recentemente disponíveis, combinados com abordagens das ciências da complexidade, estão construindo as bases para uma nova ciência das cidades (West, 2017; Batty, 2013). Um paradigma em especial tem se afirmado no interior dessa nova abordagem científica dos estudos urbanos, concentrando-se não nas particularidades das cidades, mas em seus padrões comuns. Mais especificamente, ele afirma que a forma e as funções dos sistemas urbanos são causadas por leis universais que emergem das interações locais elementares (West, 2017; Batty, 2013; Bettencourt, 2013; Gomez-Lievano *et al.*, 2016). Baseados nisso, recentes achados sugerem a existência de similaridades entre cidades muito diferentes em termos culturais, históricos, geográficos e econômicos, ainda que todas pertençam a países desenvolvidos e que os estudos tenham considerado apenas um pequeno conjunto de variáveis (Bettencourt *et al.*, 2007; Cesaretti *et al.*, 2016; Ortman *et al.*, 2014; Strano e Sood, 2016). Tendo em vista o grande impacto que a possibilidade de formalização de uma lei universal de crescimento urbano pode ter para o planejamento urbano, é fundamental verificar se a universalidade se amplia para cidades de países em distintos estágios de desenvolvimento (os BRICS e países do Sul Global, por exemplo) e se os achados se sustentam para outros indicadores.

Um dos fundamentos da nova ciência são as leis de escala das diferentes métricas urbanas (West, 2017; Bettencourt *et al.*, 2013). Nos últimos anos têm se acumulado evidências na literatura científica indicando que muitas variáveis urbanas, digamos,  $Y$ , variam sistematicamente e de maneira não trivial com a população  $N$  da cidade, seguindo a forma  $Y = Y_0 N^\beta$ . Aqui,  $Y_0$  é uma constante e  $\beta$  o expoente de escala. Estudos empíricos

indicam que, geralmente, variáveis relacionadas a *atividades socioeconômicas* (PIB, patentes e casos de AIDS, por exemplo) escalam de maneira *superlinear* com o tamanho da população ( $\beta > 1$ ), enquanto *variáveis de infraestrutura* (comprimento total de redes de dutos e número de postos de gasolina, entre outros) escalam de forma *sublinear* ( $\beta < 1$ ). Eles também mostram que variáveis associadas ao que se costuma chamar de necessidades individuais básicas (número de residências e consumo de água, por exemplo) escalam linearmente com a população ( $\beta = 1$ ) (Bettencourt *et al.*, 2007). Neste artigo adotamos o termo serviços básicos individualizados para nos referir a elas, dada a imprecisão do conceito necessidade individual.

Como esses resultados foram obtidos em diferentes países e em distintos anos, eles têm sido propostos como propriedades universais das cidades (Bettencourt, 2013; Gomez-Lievano *et al.*, 2016; Bettencourt *et al.*, 2007; Ortman *et al.*, 2014; Strano e Sood, 2016; Bettencourt *et al.*, 2013; Gomez-Lievano *et al.*, 2012; Louf *et al.*, 2014; Ribeiro *et al.*, 2017; Bettencourt e Lobo, 2016; Bettencourt e West, 2010; Kuhnert *et al.*, 2006), o que significa que as leis de escala se sustentam em todo e qualquer sistema urbano, independentemente de sua cultura, nível tecnológico, políticas, geografia e etc. Se elas puderem ser testadas com mais dados e ser mais bem entendidas, ela pode trazer insights valiosos para o processo de planejamento urbano. Mesmo sendo bastante consistente para sistemas urbanos diversos e estável no tempo, a universalidade das leis de escala ainda segue sob questionamento. Alguns estudos recentes sugerem que o comportamento de escala não segue a classificação proposta. Outros mostram que o expoente de escala é altamente sensível à definição de cidade adotada (Arcaute *et al.*, 2015; Louf e Barthelemy, 2014; Cottineau *et al.*, 2017; Fragkias *et al.*, 2013), e ao método estatístico usado para estimá-lo (Leitao *et al.*, 2016). Ainda, existem estudos indicando que os expoentes são sensíveis a fatores externos, como as estruturas macroeconômicas (Strano e Sood, 2016; Rybski *et al.*, 2017) ou políticas federais (Muller e Jha, 2017), por exemplo. Esses achados revelam as fragilidades da hipótese de universalidade das leis de escala.

De fato, ainda é necessário testar a hipótese com uma maior variedade de cidades ao redor do mundo, bem como para conjuntos mais completos e representativos de indicadores urbanos, pois a maioria das evidências publicadas vêm de países desenvolvidos e se referem a poucas variáveis como PIB, área, rede viária e patentes registradas. Se desejamos contar com esse poderoso arcabouço para a construção de políticas urbanas, precisamos entender sob quais condições ele se sustenta. Atenção especial deve ser dada aos países em desenvolvimento onde a maior parte do desenvolvimento urbano futuro deve acontecer, tendo em vista a carência de evidências sobre seus sistemas urbanos. O sistema urbano brasileiro atrai particular interesse por seu processo de urbanização rápida (Martine e Mcgranahan, 2010) e consolidada com crescente desigualdade no tamanho das cidades ao longo do tempo (Cura *et al.*, 2017), fenômeno esperado para ocorrer em outros países ao longo do século XXI. O comportamento de escala do sistema brasileiro tem sido explorado em publicações prévias (Bettencourt, 2013; Leitao *et al.*, 2016; Alvez *et al.*, 2013; Ignazzi, 2014, 2015), com foco prioritário em variáveis socioeconômicas. Ignazzi (2015) também avaliou a evolução temporal dos expoentes de escala a partir de uma impressionante base de dados que cobre cerca de 70 anos de indicadores urbanos do Brasil. Neste estudo tentamos trazer diferentes tipos de variáveis para a análise, incluindo indicadores de infraestrutura e serviços individualizados, utilizando os achados prévios para validar nossa metodologia. O trabalho pretende testar a universalidade da hipótese das leis de escala urbanas através de análise empírica dos padrões de escalamento/escala de um sistema urbano do mundo em desenvolvimento (municipalidades brasileiras), contemplando variáveis ainda inexploradas, notadamente indicadores de infraestrutura. Também pretendemos investigar sob quais condições os sistemas se afastam dos regimes de escala esperados, e se tais desvios são efêmeros ou duradouros.

## Materiais e métodos

### *Seleção de variáveis*

Coletamos cerca de 60 variáveis para todos os 5.565 municípios brasileiros. Elas foram selecionadas com a intenção de abranger

descritivamente um amplo conjunto de dimensões urbanísticas e contemplar os regimes de escala (linear, superlinear, sublinear). A seleção das variáveis foi baseada na hipótese de que a produtividade socioeconômica é *superlinear* em relação à população, a demanda por infraestrutura é sublinear e os serviços básicos individualizados são linearmente relacionados à população (Bettencourt *et al.*, 2013). Os indicadores estudados concentram-se em aspectos específicos do tecido urbano: serviços de saneamento, acesso a serviços básicos, orçamento municipal e equipamentos urbanos (educação, saúde, firmas, etc.) A lista completa de variáveis classificadas de acordo com a proposta de Bettencourt (2013) está disponível na Tabela S1 das informações suplementares do artigo.

### *Fontes de dados*

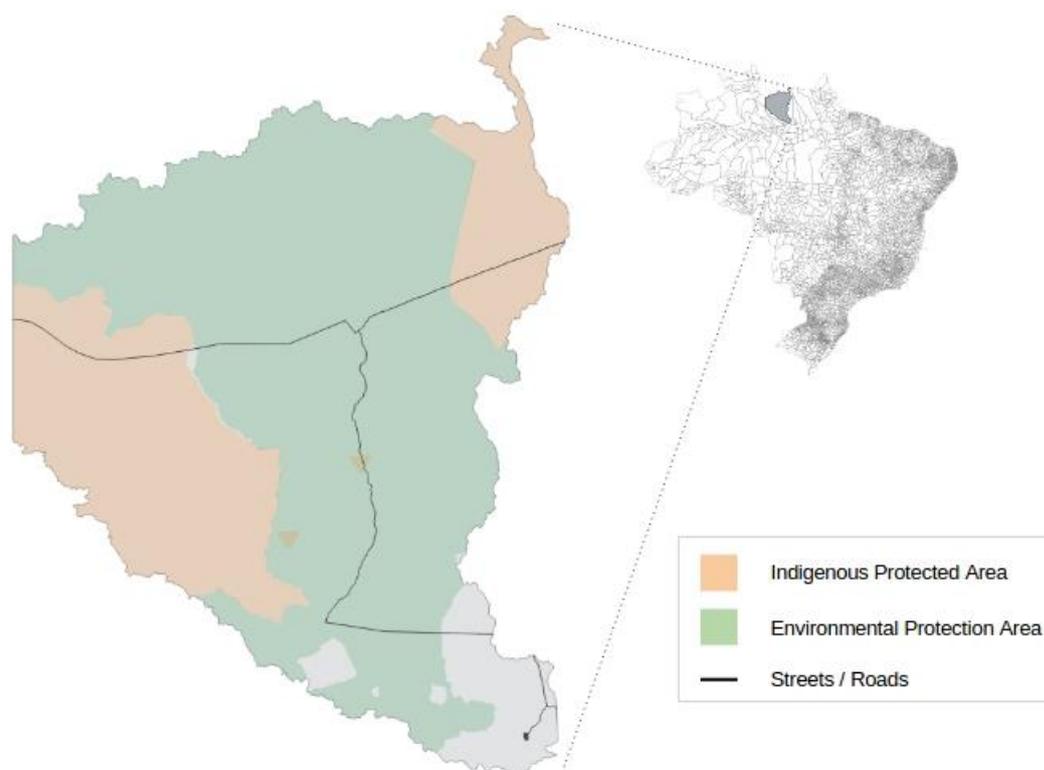
Dados sociais, econômicos e individuais foram buscados no IBGE, tanto no Censo Demográfico de 2010, como nas pesquisas sobre governos municipais (IBGE Cidades) e no SNIS - Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento – que reúne informações sobre as empresas de abastecimento de água e esgoto. As informações sobre a infraestrutura viária foram calculadas a partir dos dados do Open Street Map (OSM). Os indicadores econômicos e as variáveis de receita e despesa foram coletadas no IPEA. As variáveis de saúde foram extraídas do DATASUS. Grande parte das informações são autodeclaradas, inclusive pelos provedores de serviço (SNIS), o que potencialmente introduz viés nos dados.

### *Metodologia de análise*

Análises de leis de escala urbana devem ser realizadas a partir de uma base de cidades. A unidade espacial do banco de dados brasileiro são as municipalidades administrativamente definidas. Elas podem, contudo, ser fundamentalmente diferentes da definição funcional de cidade, que é pressuposto básico das análises de escalamento não-linear (Bettencourt, 2013; Ribeiro *et al.*, 2017). Como apontado anteriormente, no Brasil são as próprias municipalidades que definem suas áreas urbanas, o que pode trazer imensa variabilidade e inconsistência (Ignazzi, 2015). Isso demonstra a importância de uma definição consistente de “áreas urbanas” para estudos em escala nacional. Uma “cidade

funcional” é definida como uma *área* geográfica delimitada contendo população diversificada e alta intensidade de interações (West, 2017). A definição brasileira contrasta com esse conceito já que os municípios no país podem i) incluir características rurais e baixa intensidade de interações entre sua população e ii) ser segregados dos municípios adjacentes e codependentes. Um bom exemplo de (i) é o município de Oriximina no norte do Brasil (Fig. 1), com área superior à de Portugal, mas com população de apenas 50.000 habitantes e a maior parte de seu território composto por áreas não urbanas (reservas indígenas ou áreas de proteção ambiental).

Buscamos resolver o problema das municipalidades não urbanas (i) de nossa base de dados adotando uma abordagem baseada na *densidade populacional*. Subconjuntos sistemáticos da base original foram gerados a partir de pontos de corte mínimos de densidade, excluindo assim os municípios rurais. Realizamos a exclusão dessas localidades não suficientemente densas já que a maioria das variáveis de interesse não estão disponíveis para níveis mais desagregados, o que torna impossível abordar o problema através dos processos *generativos* comumente encontrados na literatura para agregar assentamentos densos próximos entre si (Arcaute *et al.*, 2015; Cottineau *et al.*, 2017).



**Figura 1.** Exemplo da diferença entre a definição de *município* do IBGE e de cidade funcional: o município de Oriximina, localizado no norte do país, com área geopolítica maior do que a de Portugal mas população de apenas 50.000 habitantes espalhados dentre áreas indígenas, com um centro urbano muito pequeno. O método proposto de corte por mínima densidade elimina municipalidades como essa da análise, evitando vieses que podem desestruturar os resultados. Baseada em dados do Ministério do Meio Ambiente do Brasil e Open Street Maps.

Em relação ao problema da “cidade funcional” (ii), estudos anteriores trataram de agregar municipalidades densas, contínuas e codependentes em unidades espaciais únicas. Regiões Metropolitanas, que têm sido utilizadas para este propósito em outros sistemas urbanos - são politicamente definidas a partir de critérios diferentes no Brasil (Bettencourt *et al.*, 2007; Bettencourt e

Lobo, 2016), fazendo com que um método baseado em contiguidade exija o reconhecimento das áreas urbanas densas e contínuas no interior dos municípios. Com a maioria dos indicadores disponibilizados ao nível do município, qualquer método que demande dados mais desagregados se torna inviável. Ainda, dois estudos diferentes confrontando leis de escala com base em

unidades municipais "cruas" (Alvez *et al.*, 2013) e agregações metropolitanas de municípios (Ignazzi, 2014) encontraram resultados bastante similares para as mesmas variáveis: escala superlinear do PIB, nível de desemprego, escolaridade e perfil etário da população. Tais concordâncias indicam que a agregação não altera efetivamente as leis de escala detectadas para as cidades brasileiras. Baseados nessas evidências decidimos não realizar qualquer tipo de agregação de municipalidades em nossa base, levando à necessidade de consideração que os resultados não se referem exatamente a áreas urbanas funcionais. Mesmo que pudéssemos ter derivado da amostra original um subconjunto de municipalidades urbanizadas e densas, elas não poderiam ser consideradas cidades funcionais por não estarem agregadas com as áreas densas contíguas de outros municípios.

Para resolver o problema das municipalidades não urbanas, geramos sistematicamente subconjuntos de cidades baseados na densidade, e testamos seu comportamento de escala em busca de convergências. Para cada subconjunto delimitado pela densidade, variando de 0 a 2.000 habitantes/km<sup>2</sup>, computamos o expoente de escala  $\beta$ , o intercepto, o coeficiente de determinação  $r^2$  e o valor  $p$  das regressões pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) entre a transformação logarítmica da população e de cada uma das demais variáveis. Todas as regressões com valores  $p$  maiores do que 0,05 ou com  $r^2$  menor do que 0,5 foram consideradas não significativas estatisticamente e, portanto, ignoradas na análise. Ao término desse processo iterativo, o limiar mínimo de densidade foi definido e os resultados das regressões para este subconjunto definitivo foram analisados.

A lista abaixo sintetiza o método:

1. Gerar subconjunto da base de dados original excluindo todos os municípios com densidade  $\rho \leq \rho_{min}$ , onde  $\rho_{min} \in [0, 2000]$  é um parâmetro do método que representa a densidade mínima para inclusão no subconjunto;
2. Ajustar uma regressão pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) entre o logaritmo da população e o logaritmo de cada uma das demais

variáveis para os municípios restantes;

3. Computar o expoente de escala  $\beta$ , o intercepto, o coeficiente de determinação  $r^2$  e o valor  $p$  das regressões com o subconjunto.

Para compreender se a variação nos expoentes se altera ao longo do tempo, utilizamos dados históricos - de 2005 a 2014 - do comprimento das redes de água e esgoto. Apesar da disponibilidade de dados para os anos anteriores, a amostra de municípios avaliados praticamente dobrou em 2006, passando a apresentar padrões erráticos depois dessa data.

## Resultados

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos a partir da análise da base de dados das municipalidades brasileiras. Dado o grande número de variáveis, apenas uma amostra representativa é apresentada nos gráficos. As plotagens do conjunto completo de variáveis estão nas figuras S1 e S2 e na tabela S2 das informações suplementares.

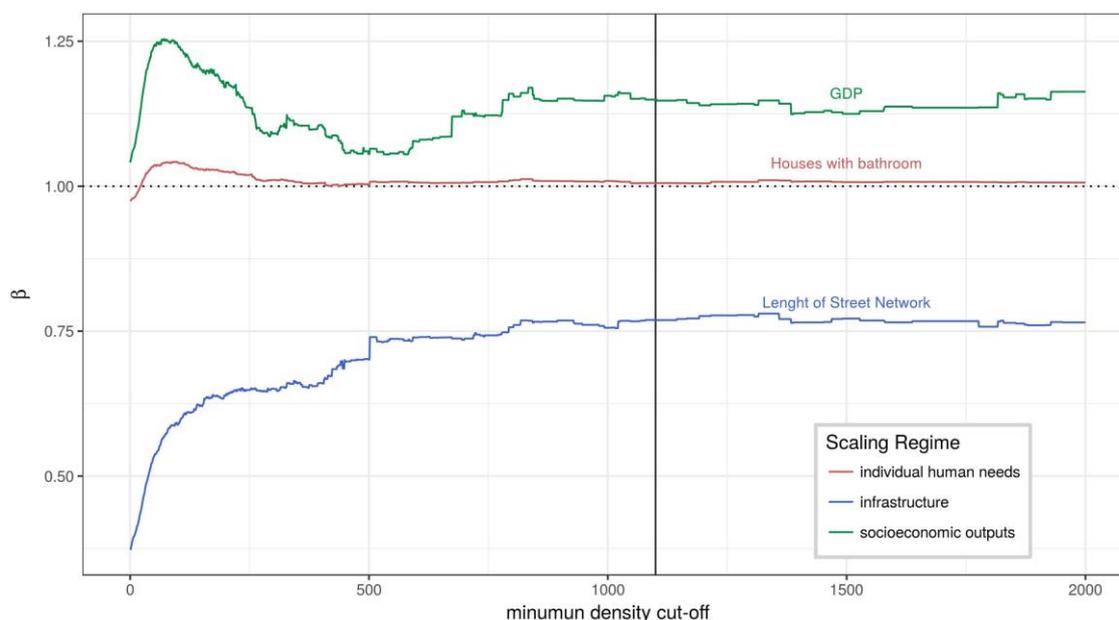
Em resumo, pudemos encontrar nos resultados fortes evidências do escalamento não linear no sistema urbano brasileiro. Independentemente do limiar de corte da densidade, a maioria das variáveis escala dentro do regime esperado (superlinear, sublinear, linear). Esse resultado foi particularmente robusto para as variáveis socioeconômicas. No entanto, algumas variáveis de infraestrutura e serviços individualizados apresentaram um expoente de escala não habitual durante o processo de corte por densidade. Essa observação nos leva a propor uma explicação geral para os desvios dos expoentes, em consonância com os pressupostos das leis de escala urbana e a teoria econômica: variáveis de infraestrutura que não emergem de interações em nível local, mas sim como resultado de decisões políticas "de cima para baixo" sujeitas a restrições orçamentárias, tendem a divergir do regime de escala esperado. Como sugerido por Pumain *et al.* (2006), isso pode ser parte do processo evolutivo da infraestrutura das cidades, enquanto ela não se afirma como serviço universalizado que atende a totalidade da população de um determinado sistema urbano (aqui entendido como o país). Mesmo que nosso pequeno intervalo temporal de análise (10 anos) não permita resultados conclusivos. Os resultados

estão detalhados nos próximos parágrafos. A Figura 2 mostra como o expoente de escala  $\beta$  varia com o limiar mínimo da base de dados original para cinco variáveis selecionadas. Cada linha representa uma variável urbana e as cores indicam seu regime de escala de acordo com a classificação de Bettencourt e Lobo (2013) (indicadores socioeconômicos, de infraestrutura e de serviços básicos individualizados). Uma versão deste gráfico contendo todas as variáveis estatisticamente significativas é apresentado no material suplementar.

Observamos alta flutuação até uma densidade de aproximadamente 250 hab./km<sup>2</sup>, o que era esperado pois, até esse limiar, o subconjunto ainda contém um grande número de

municípios não urbanos. A partir daí os expoentes começam a convergir. Eles demonstram baixa sensibilidade à definição de cidade pois, mesmo que as flutuações estejam presentes, observamos pouca alteração no regime de uma variável após os cortes iniciais (de superlinear para linear e vice-versa). Isso difere significativamente de resultados prévios, nos quais o expoente de escala de outros sistemas urbanos experimentou mudança de regime (Louf *et al.*, 2014; Arcaute *et al.*, 2015; Cottineau *et al.*, 2017; Fragkias *et al.*, 2013).

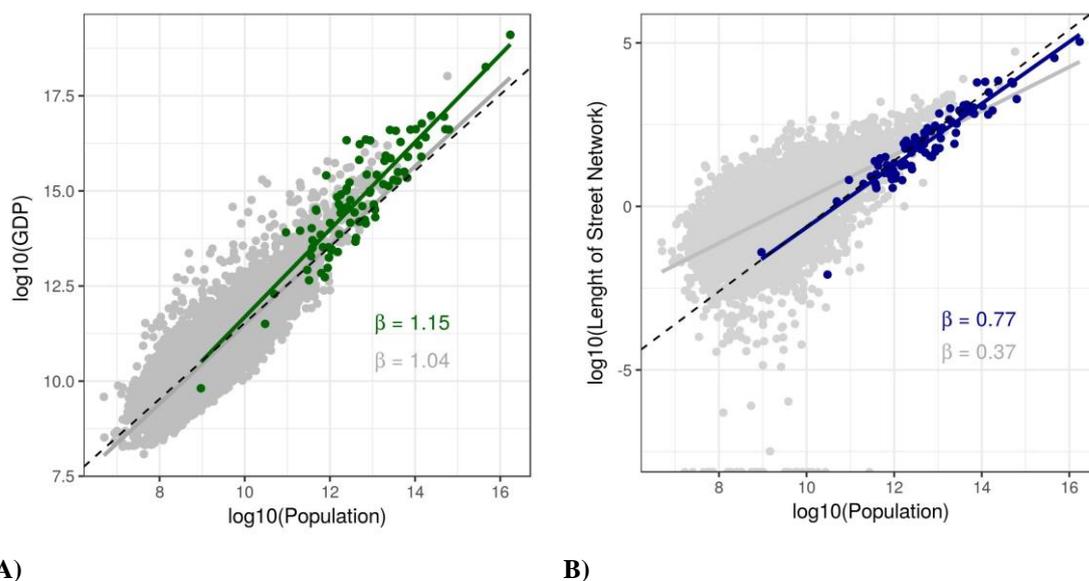
Considerando que o expoente  $\beta$  demonstra robustez após os primeiros cortes (em torno de 500 hab./km<sup>2</sup>), o ponto exato do corte final não afeta substancialmente os valores dos expoentes.



**Figura 2.** Expoentes de escala  $\beta$  das variáveis representativas em função dos pontos de corte de densidade mínima. Cada linha representa o expoente de escala de uma variável (eixo y) estimado a partir de regressão MMQ de seu logaritmo contra a população como função dos pontos de corte de densidade (eixo x). A linha vertical indica o limiar final de densidade mínima (1.100 hab./km<sup>2</sup>).

Para o restante das análises nós escolhemos um valor de corte de 1.100 hab./km<sup>2</sup>, pertencente ao mesmo intervalo de densidade adotado pela OCDE-CE (Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico – Comunidade Europeia. N. do T.) para sua definição de cidade, que é de 1.500 hab./km<sup>2</sup> (Dijkstra e Poelman, 2012). Optamos por considerar um valor mais baixo para permitir a inclusão de um maior número de municipalidades. Ao mesmo tempo, algumas variáveis apresentaram pequena descontinuidade ao redor de 1.000 hab./km<sup>2</sup>,

portanto escolhemos o valor final de modo a evitá-la. A Figura 3 apresenta o subconjunto final de 88 municípios (em cores) em comparação com a base original (cinza). Observamos que este subconjunto abrange quatro ordens de magnitude e é predominantemente composto por municipalidades pertencentes aos decis superiores de população, mesmo que alguns pequenos municípios tenham sido incluídos. Isso era esperado, pois é fato que municípios maiores são mais densos e possuem centros urbanos mais consolidados.



**Figura 3.** Relação de escala das variáveis representativas para todos os municípios (cinza) e para os selecionados (em cores). Cada ponto representa uma municipalidade, o eixo x indica a sua população e o eixo y sua variável (A - socioeconômica: PIB; B - infraestrutura: extensão da rede viária). Linhas sólidas (coloridas e acinzentadas) indicam o melhor ajuste da regressão MMQ entre a transformação logarítmica de cada grupo, enquanto a linha preta pontilhada indica a lei de escala linear.

A Figura 4 traz o expoente de escala com seu intervalo de confiança para o conjunto de variáveis representativas. A versão completa deste gráfico e sua tabela de dados contendo todas as variáveis estatisticamente significativas pode ser encontrada na tabela S2 do material suplementar. Uma análise desses expoentes finais indica que a proposição geral dos ganhos de escala crescentes se sustenta para nossas variáveis e métodos, o que pode ser resumido pelo comportamento de escala das receitas (superlinear) e do orçamento (linear). Entretanto, algumas variáveis do tipo serviços básicos individualizados (esgotamento sanitário e tratamento de esgoto) desviam do comportamento de escala esperado.

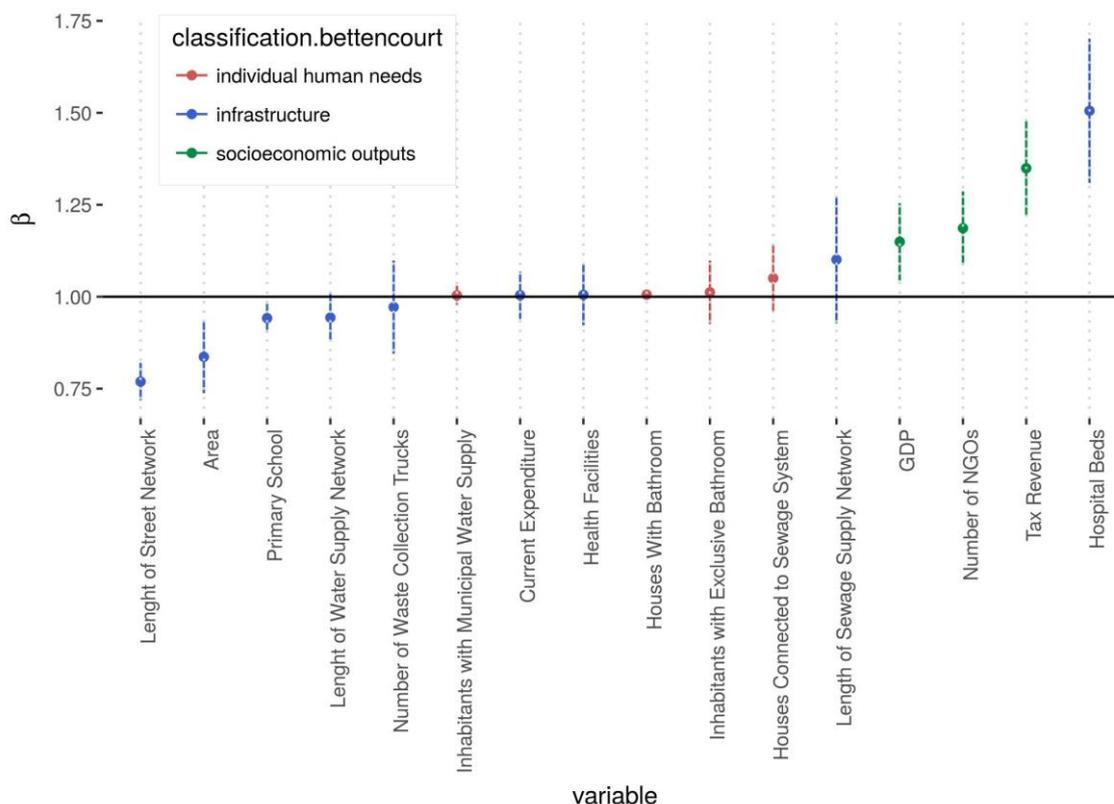
As variáveis socioeconômicas tais como o PIB, bem como indicadores relacionados à saúde, como mortes por acidente de trânsito e homicídios, escalaram de forma superlinear. Isso é coerente com resultados de estudos prévios (Alvez *et al.*, 2013; Ignazzi, 2014, 2015), que encontraram comportamento de escala superlinear para variáveis socioeconômicas do sistema urbano brasileiro (renda, homicídios). Não havendo distanciamento significativo dos resultados anteriores, concluímos que o método aqui proposto é válido. Nossos resultados ampliam esses achados para um novo conjunto de variáveis socioeconômicas:

indicadores variados de receitas fiscais (serviços, área urbana), produtividade social (número de negócios, extensão de calçadas que recebem serviço de varrição, quantidade de ONGs). Eles estão alinhados com as proposições teóricas que sugerem ganhos crescentes com o escalamento dos indicadores sociais nas cidades maiores.

A relação sublinear antevista para as variáveis de infraestrutura não foi tão clara. Indicadores relacionados genericamente ao uso do espaço (área, vias), educação (número de escolas), distribuição de água (extensão da rede e número de ligações) e coleta de lixo (quantidade de caminhões e operários) escalaram sublinearmente, conforme o esperado. Por outro lado, variáveis relacionadas à infraestrutura de esgoto ou equipamentos de saúde divergiram do regime sublinear e escalaram tanto superlinearmente (extensão e número de ligações da rede de esgoto, número de leitos hospitalares) como linearmente (quantidade de unidades de saúde). O número de leitos em hospital poderia escalar sublinearmente devido à definição de área urbana adotada: como elas são diferentes de áreas funcionais, pode ocorrer de a maior cidade da aglomeração concentrar os leitos e, portanto, contabilizá-los desproporcionalmente, levando a um escalamento superlinear. Se houéssemos adotado a definição de área funcional o regime de escala poderia ser outro.

Entretanto, também pode ocorrer de as maiores municipalidades concentrarem leitos para populações além da aglomeração, recebendo também pacientes de cidades

longínquas. Neste caso, poderíamos esperar um escalamento superlinear, mesmo que a definição funcional de área urbana tivesse sido adotada.



**Figura 4.** Valores dos expoentes dos diferentes indicadores urbanos do sistema urbano brasileiro. Cada ponto representa o expoente de escala relacionado ao melhor ajuste da regressão MMQ entre a população e a variável em estudo; os segmentos de linha verticais representam o intervalo de confiança de 95% das regressões; as cores são baseadas na classificação de Bettencourt (2013); a linha horizontal preta indica uma relação linear.

Em relação às variáveis dos serviços básicos individualizados, para os quais se esperava um comportamento de escala linear, também encontramos desvios semelhantes e relacionados aos das variáveis de infraestrutura. Serviços individualizados que não dependem de investimentos centralizados (quantidade de casas com banheiro) ou relacionados aos serviços de fornecimento de água (acesso ao sistema de abastecimento) mostraram escalamento linear. Esses resultados foram em parte encontrados em estudos prévios do sistema urbano brasileiro (Alvez *et al.*, 2013), nos quais um índice agregado de saneamento que contempla existência de banheiro, abastecimento de água e coleta de resíduos escalou de forma linear com a população dos municípios do país. Contudo, quando nos referimos aos serviços de tratamento de esgoto (número de habitantes conectados à rede, volume coletado e quantidade de contratos de serviços de tratamento) encontramos

comportamento superlinear. É possível que esses desvios estejam diretamente relacionados àqueles observados para as variáveis infraestruturais, e uma potencial explicação é apresentada na seção de Discussão. Outras variáveis para as quais se poderia esperar comportamento de escala linear (consumo de água, por exemplo) não se mostraram estatisticamente significativas e foram excluídas da análise.

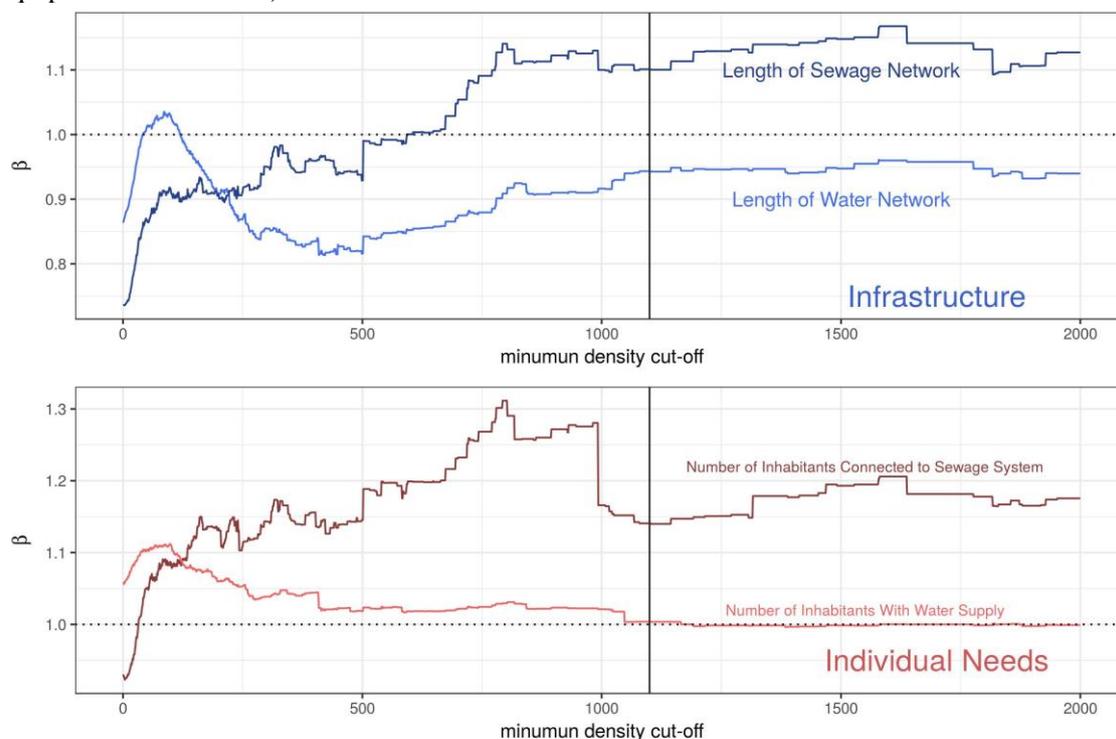
### Discussão

Esta pesquisa buscou compreender até que ponto as leis de escala propostas são universais, sob quais condições podemos observar desvios e se esses desvios são temporários quando testados contra um grande número de variáveis em um sistema urbano de país em desenvolvimento.

Nossos resultados sugerem que, para que seja possível generalizar a hipótese do escalamento de variáveis de infraestrutura e

individualizadas, incluindo os países em desenvolvimento, algumas considerações devem ser feitas. De acordo com nossos resultados para o sistema urbano brasileiro, nem todas as variáveis de infraestrutura apresentam escalamento sublinear. Aquelas que são providas para toda a população (abastecimento de água, no caso do Brasil) e/ou produzidas por decisões de nível local (sistema viário) seguem inegavelmente o escalamento sublinear. O regime de escala desses casos (acesso universal e processo de geração “*bottom up*” (de baixo para cima) é definido por propriedades das redes sociais e por restrições espaciais, como proposto por Bettencourt (2013). Por outro lado, variáveis de infraestrutura que dependem de decisões ou investimentos “*top down*” (de cima para baixo) podem se afastar do regime sublinear (sistema de tratamento de esgoto, equipamentos de saúde). Isso tem maior

chance de ocorrer nos países em desenvolvimento, nos quais os governos podem não ser capazes de prover acesso universal a determinados tipos de infraestrutura. Nesse caso, um processo de tomada de decisão centralizado deveria se refletir em um expoente linear para uma variável que deveria apresentar comportamento sublinear se emergisse de interações locais, como no caso do tratamento de esgoto no Brasil (Fig. 5). Da mesma maneira, podemos explicar a mudança do esperado regime linear de escala das variáveis de serviços básicos individualizados para um regime superlinear. De acordo com nossos resultados, no sistema urbano brasileiro apenas os maiores municípios com alto poder de investimento são capazes de garantir os equipamentos e redes de infraestrutura aos seus habitantes.



**Figura 5.**

Expoentes de escala  $\beta$  das variáveis representativas em função dos pontos de corte de densidade mínima. Cada linha representa o expoente de escala de uma variável (eixo y) estimado a partir de regressão MMQ de seu logaritmo contra a população como função dos pontos de corte de densidade (eixo x). A: variáveis de infraestrutura; B: serviços individualizados.

A observação de que as variáveis sem acesso universal (não providas pela municipalidade para toda a população) desviam do regime de escala esperado pode ser prevista pelo arcabouço teórico de Bettencourt (2013; West, 2017). Uma das condições necessárias para a emergência da não-linearidade é conhecida como *preenchimento de espaço*, o

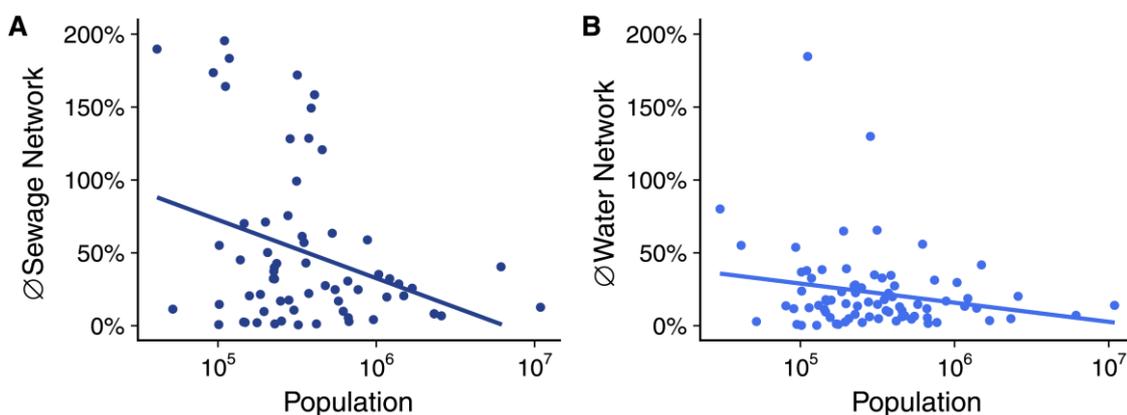
que significa que as variáveis de infraestrutura precisam ser de acesso universal no sistema para que a relação sublinear apareça. Em outras palavras, os tentáculos das redes de distribuição devem se estender a todos os pontos de todas as cidades do sistema para que observemos expoentes sublineares. Tendo em vista que

essa condição não vale para a infraestrutura de esgoto e tratamento de saúde no sistema urbano brasileiro, era de se esperar que as variáveis indicadoras desses serviços se desviassem do regime de escala esperado. O fato de que algumas infraestruturas específicas não são preenchedoras de espaço nas cidades brasileiras sugere a necessidade de outros estudos que investiguem se o fenômeno também ocorre em outros sistemas urbanos ou se é uma especificidade local.

Uma explicação econômica para o fato de algumas variáveis de infraestrutura desviarem do regime de escala sublinear pode ser encontrada na *Teoria da Armadilha do Equilíbrio de Baixo Nível* (Nelson, 1956): quando os governos federais tendem a fixar preços abaixo do nível economicamente sustentável para os serviços, descapitalizando as empresas públicas locais. Assim, as cidades dependem de intervenções centralizadas para expandir a provisão dos serviços. Já foi demonstrado que a coleta e o tratamento de esgoto seguem essa tendência (Faria *et al.*, 2005) e, mesmo que não tenham sido encontradas publicações específicas sobre o nível de equilíbrio econômico para os serviços de saúde, é provável que, dados seus altos custos, o mesmo ocorra com eles. Nesse cenário, apenas as maiores municipalidades, que contam com maiores ingressos fiscais, têm recursos suficientes para investir em infraestrutura. Municípios menores, com baixa arrecadação, dependem dos investimentos federais para a expansão da infraestrutura pois gastam a maior parte de suas receitas em pagamento de salários. Isso conduz à existência de municípios sem acesso universal a determinadas infraestruturas e, portanto, a um escalamento superlinear das variáveis que as medem. O caso da distribuição de água é diferente: seu acesso foi praticamente universalizado no país algumas décadas atrás por meio de investimentos públicos (Faria *et al.*, 2005). A diferença entre as variáveis sob o *regime do equilíbrio de baixo nível* e aquelas fora dele pode ser observada na Figura 5. Variáveis indicadoras do sistema de coleta de esgoto desviam dos valores esperados, enquanto

variáveis do sistema de abastecimento de água tendem a escalar dentro o intervalo esperado.

Uma última questão resta a ser respondida: os desvios observados deverão se manter ao longo do tempo ou podemos esperar que eles convirjam para valores encontrados em outros sistemas urbanos? Podemos recorrer a outro arcabouço teórico para ajudar com as respostas. Pumain *et al.* (2006) sugere um processo de difusão hierárquica de inovações em sistemas de cidades para variáveis com potencial de se tornarem ubíquas, tornando-as desproporcionalmente altas para as cidades grandes até que a igualdade entre as cidades seja atingida. A proposta de Pumain é que essas cidades grandes lideram o processo de difusão, adaptando a tecnologia e tornando-a mais e mais barata para as cidades menores ao longo do tempo. Esse processo foi observado anteriormente no sistema urbano brasileiro para diferentes setores econômicos (Ignazzi, 2015). Se isso também se sustenta para as variáveis de infraestrutura, deveremos observar um crescimento maior da extensão das redes de esgoto nos municípios menores e menor crescimento nos maiores quando aquelas houverem enfim implantado suas redes. Para testar essa hipótese, a Figura 6 apresenta dez anos de variação nas redes de água e esgoto em relação à população dos municípios. Mesmo que esse período não seja suficiente para observações conclusivas, ambas as variáveis de infraestrutura parecem ter crescido muito pouco nas maiores municipalidades. As pequenas e médias mostram bastante variação, mas algumas delas apresentam crescimento expressivo. Também é interessante notar que as redes de esgoto cresceram mais do que as de água, provavelmente porque seu estado de equilíbrio de baixo nível as caracteriza como "inovações" de difícil difusão. Se essa dinâmica é robusta ao longo do tempo e o que leva as cidades menores a experimentar maior crescimento de sua infraestrutura enquanto outras não, são perguntas que permanecem a ser respondidas por pesquisas futuras.



**Figura 6.**

Ampliação da infraestrutura entre 2005 e 2014 em relação à população do sistema urbano brasileiro. Cada ponto representa a variação temporal de um município. A: rede de esgoto; B: rede de água.

### Conclusão

Este artigo testou a hipótese de universalidade das leis de escala urbana em relação a uma ampla diversidade de variáveis em um sistema de cidades de país em desenvolvimento. Nossos achados confirmam que as leis de escala se sustentam para as variáveis socioeconômicas. No entanto, verificamos que algumas variáveis de infraestrutura e de serviços básicos individualizados (indicadoras de serviços de saúde e esgoto sanitário) não escalam como proposto pela literatura. Essa constatação impõe limites à hipótese da universalidade, que postula que assentamentos humanos densos devem apresentar os mesmos padrões de escalamento, independentemente das características específicas do sistema urbano. Nós conjecturamos que as diferenças observadas têm a ver com políticas de investimento e condições econômicas específicas do país. Assim, se uma variável de infraestrutura é dependente de decisões

centralizadas e/ou não é acessível de forma universal em todo o sistema urbano, ela pode se desviar do regime de escala esperado. Esse foi o caso, em nosso subconjunto de municípios brasileiros, de variáveis como extensão da rede de coleta de esgoto e equipamentos de saúde, para os quais expoentes superlineares e sublineares foram encontrados. Encontramos também evidências exploratórias de que os desvios são efêmeros, e que as variáveis indicadoras dessas infraestruturas tendem a evoluir ao longo do tempo em direção aos valores esperados. Esses achados precisam ser validados, assim como novas evidências empíricas precisam ser buscadas em outros países em desenvolvimento, para outras variáveis e com definições funcionais de cidade mais abrangentes. Nossos achados mostram a importância de considerar os países em desenvolvimento/do Sul Global para tornar a hipótese da universalidade efetivamente universal.

### Notas

<sup>1</sup> Artigo traduzido por Julio C. B. Vargas.

**Publicado originalmente em:** PLOS ONE

October 4, 2018. **Citação:** Meirelles J, Neto CR, Ferreira FF, Ribeiro FL, Binder CR (2018)

*Evolution of urban scaling: Evidence from Brazil.*

PLoS ONE 13(10): e0204574.

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0204574>

### Referências

Alves L., Ribeiro A., Lenzi E., Mendes R. (2013). Distance to the scaling law: a useful approach for unveiling relationships between crime and urban metrics. *Plos one*, v. 8, n. 8,

p. e69580.

<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0069580>

Alves L., Ribeiro H., Lenzia E., Mendes R. (2014). Empirical analysis on the connection between power-law distributions and

- allometries for urban indicators. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v.409, p. 175–182. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2014.04.046>.
- Arcaute E., Hatna E., Ferguson P., Youn H., Johansson A., Batty M. (2015). Constructing cities, deconstructing scaling laws. *Journal of The Royal Society Interface*, v. 12, n. 102, p. 20140745. <https://doi.org/10.1098/rsif.2014.0745>.
- Batty M. (2013). *The new science of cities*. MIT Press.
- Bettencourt L.M. (2013). The origins of scaling in cities. *Science*, v. 340, n. 6139, p. 1438–1441. <https://doi.org/10.1126/science.1235823>.
- Bettencourt L.M., Lobo J., Youn H. (2013). The hypothesis of urban scaling: formalization, implications, and challenges. *arXiv preprint arXiv:1301.5919*.
- Bettencourt L.M., Lobo J., Helbing D., Kuhnert C., West G. (2007). Growth, innovation, scaling, and the pace of life in cities. *Proceedings of the national academy of sciences*, v. 104, n. 17, p. 7301–7306. <https://doi.org/10.1073/pnas.0610172104>.
- Bettencourt L.M., Lobo J. (2016). Urban scaling in Europe. *Journal of The Royal Society Interface*, v. 13, n. 116, p. 20160005. <https://doi.org/10.1098/rsif.2016.0005>.
- Bettencourt L.M., West G. (2010). A unified theory of urban living. *Nature*, v. 467, n. 7318, p. 912–913. <https://doi.org/10.1038/467912a>.
- Cesaretti R., Lobo J., Bettencourt L.M., Ortman S., Smith M. (2016). Population-area relationship for Medieval European cities. *PloS one*, v. 11, n. 10, p. e016267. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0162678>
- Cottineau C., Arcaute E., Hatna E., Batty M. (2017). Diverse cities or the systematic paradox of urban scaling laws. *Computers, Environment and Urban Systems*, v. 63, p. 80–94. <https://doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2016.04.006>.
- Cura R., Cottineau C., Swerts E., Ignazzi C., Bretagnolle A., Vacchiani-Marcuzzo C., Pumain D. (2017). The Old and the New: Qualifying City Systems in the World with Classical Models and New Data. *Geographical Analysis*, v. 49, n. 4, p. 363–386. <https://doi.org/10.1111/gean.12129>.
- Dijkstra L., Poelman H. (2012). Cities in Europe: the new OECD-EC definition. *Regional Focus*, v. 1, p. 2012.
- Faria R., Nogueira J., Mueller B. (2005). Políticas de precificação do setor de saneamento urbano no Brasil: as evidências do Equilíbrio de Baixo Nível. *Estudos Econômicos*, v. 35, n. 3, p. 481–518.
- Fragkias M., Lobo J., Strumsky D., Seto K. (2013). Does size matter? Scaling of CO2 emissions and US urban areas. *PLoS One*, v. 8, n. 6, p. e64727. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0064727>
- Gomez-Lievano A., Youn H., West G. (2012). The statistics of urban scaling and their connection to Zipf's law. *PloS one*, v. 7, n. 7, p. e40393. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0040393>
- Gomez-Lievano A., Patterson-Lomba O., Hausmann R. (2016). Explaining the prevalence, scaling and variance of urban phenomena. *Nature Human Behaviour*, v. 1, p. 0012. <https://doi.org/10.1038/s41562-016-0012>.
- Habitat U.N. (2016). World Cities Report 2016: Urbanization and Development–Emerging Futures. Nairobi, *Publisher: UN-Habitat*.
- IBGE. (2010). Censo demográfico 2010. *IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística*. Disponível em: <https://bit.ly/3jrHGOe>. [Consultado em: Dezembro/2014].
- IBGE-cidades. *IBGE-cidades*. Disponível em: <https://bit.ly/2EOLUMr>. [Consultado em: Março/2016].
- Ignazzi A.C. (2014). Scaling laws, economic growth, education and crime: evidence from Brazil. *L'Espace géographique*, v. 43, n. 4, p. 324–337.
- Ignazzi, A. C. (2015). PhD thesis: Coevolution in the Brazilian System of Cities. Université Paris 1. Disponível em: [<https://www.dropbox.com/s/y1ds31yegjb9pt>]

- a/Th%C3%A9se%20Doctorat%20G%C3%A9ographie%20Ignazzi\_Paris1.pdf?dl=0].
- IPEA. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada. Dados econômicos brasileiros. Disponível em: <https://bit.ly/2OPz0Do>. [Consultado em: Novembro/2013].
- Leitao J., Miotto J., Gerlach M., Altmann E. (2016). Is this scaling nonlinear?. *Royal Society Open Science*, v. 3, n. 7, p. 150649. <https://doi.org/10.1098/rsos.150649>.
- Louf R., Roth C., Barthelemy M. (2014). Scaling in transportation networks. *PLoS One*, v. 9, n. 7, p. e102007. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0102007>
- Louf R., Barthelemy M. (2014). Scaling: lost in the smog. *Environment and Planning B: Planning and Design*, v. 41, n. 5, p. 767–769. <https://doi.org/10.1068/b4105c>.
- Martine G., Mcgranahan G. (2010). *Brazil's Early Urban Transition: What Can It Teach Urbanizing Countries?*. IIED.
- MMA – Ministério do Meio Ambiente. *Cadastro Nacional de Unidades de Conservação*. Disponível em: <https://bit.ly/3eSplGL>. [Consultado em: Novembro/2016].
- Muller N., Jha A. (2017). Does environmental policy affect scaling laws between population and pollution? Evidence from American metropolitan areas. *PloS one*, v. 12, n. 8, p. e0181407. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0181407>
- Nelson R. (1956). A theory of the low-level equilibrium trap in underdeveloped economies. *The American Economic Review*, v. 46, n. 5, p. 894–908.
- OSM - Open Street Maps. Dados do Brasil. Disponível em: <https://bit.ly/32Kol52>. [Consultado em: Agosto/2013].
- Ortman S., Cabaniss A., Strum J., Bettencourt L.M. (2014). The pre-history of urban scaling. *PloS one*, v. 9, n. 2, p. e87902. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0087902>.
- Pumain D., Paulus F., Vacchiani-Marcuzzo C., Lobo J. (2006). An evolutionary theory for interpreting urban scaling laws. *Cybergeo: European Journal of Geography*. <https://doi.org/10.4000/cybergeo.2519>.
- Ribeiro F., Meirelles J., Ferreira F., Neto C. (2017). A model of urban scaling laws based on distance dependent interactions. *Royal Society Open Science*, v. 4, n. 3, p. 160926. <https://doi.org/10.1098/rsos.160926>.
- Rybski D., Reusser D., Winz A., Fichtner C., Sterzel T., Kropp J. (2017). Cities as nuclei of sustainability?. *Environment and Planning B: Urban Analytics and City Science*, v. 44, n. 3, p. 425–440.
- SNIS - Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento. (2014). Diagnóstico dos Serviços de Água e Esgotos - 2012. Brasília.
- SNIS - Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento. Série Histórica. Disponível em: <https://bit.ly/3eYgvr2>. [Consultado em: Março/2017].
- Strano E., Sood V. (2016). Rich and poor cities in Europe. An urban scaling approach to mapping the European economic transition. *PloS one*, v. 11, n. 8, p. e0159465. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0159465>
- West G. (2017). *Scale: The Universal Laws of Growth, Innovation, Sustainability, and the Pace of Life in Organisms, Cities, Economies, and Companies*. Penguin.

---

**Tradução do título, resumo e palavras-chave**

---

*Evolution of urban scaling: evidence from Brazil*

**Abstract.** During the last years, the new science of cities has been established as a fertile quantitative approach to systematically understand the urban phenomena. One of its main pillars is the proposition that urban systems display universal scaling behavior regarding socioeconomic, infrastructural and individual basic services variables. This paper discusses the extension of the universality proposition by testing it against a broad range of urban metrics in a developing country urban system. We present an exploration of the scaling exponents for over 60 variables for the Brazilian urban system. Estimating those exponents is challenging from the technical point of view because the Brazilian municipalities' definition follows local political criteria and does not regard characteristics of the landscape, density, and basic utilities. As Brazilian municipalities can deviate significantly from urban settlements, urban-like municipalities were selected based on a systematic density cut-off procedure and the scaling exponents were estimated for this new subset of municipalities. To validate our findings we compared the results for overlaying variables with other studies based on alternative methods. It was found that the analyzed socioeconomic variables follow a superlinear scaling relationship with the population size, and most of the infrastructure and individual basic services variables follow expected sublinear and linear scaling, respectively. However, some infrastructural and individual basic services variables deviated from their expected regimes, challenging the universality hypothesis of urban scaling. We propose that these deviations are a product of top-down decisions/policies. Our analysis spreads over a time-range of 10 years, what is not enough to draw conclusive observations, nevertheless we found hints that the scaling exponent of these variables are evolving towards the expected scaling regime, indicating that the deviations might be temporally constrained and that the urban systems might eventually reach the expected scaling regime.

**Keywords:** scaling laws, cities, complex systems, Brazilian cities.

---

*Editor responsável pela submissão: Julio C. B. Vargas.*

*Licenciado sob uma licença Creative Commons.*

